



Obrázek 1: Vlevo: Leonhard Euler. Vpravo: Desetifranková bankovka.

**Leonhard Paul Euler** (15. dubna 1707 Basilej, Švýcarsko – 18. září 1783 Petrohrad, Rusko) je považován za nejlepšího matematika 18. století a za jednoho z nejlepších matematiků vůbec. Provedl mnoho objevů na poli diferenciálního počtu a teorie grafů. Eulerův portrét se objevil na desetifranku šesté série švýcarské bankovky, viz Obrázek 1.

## 1 Životopis

### 1.1 Mládí

Euler se narodil v roce 1707 ve švýcarské Basileji. Mladého Eulerova významně ovlivnil přítel jeho otce, Johann Bernoulli, který byl považován za předního evropského matematika. V roce 1720 vstoupil Euler na Basilejskou univerzitu. V roce 1726 složil Euler doktorské zkoušky prací na téma rychlosti zvuku.

### 1.2 Vědecká kariéra

#### Petrohrad

V té době pracovali dva Bernoulliho synové, Daniel a Nicolas, na ruské akademii věd v Petrohradě. Daniel doporučil Eulerova na post fyziologa. Poté, co v roce 1727 Euler přijel do Petrohradu, byl povýšen ze svého nižšího postu na lékařské katedře na akademii do vyšší pozice na katedře matematiky.

#### Berlín

Znepokojen pokračujícími nepokoji v Rusku, opustil Euler v roce 1741 Petrohrad. Dostal místo na berlínské akademii, které mu bylo nabídnuto Fridrichem II. Velikým. V Berlíně strávil 25 let a napsal zde přes 380 prací.

Nakonec však byl Euler navzdory svým velkým zásluhám o prestiž akademie nucen z Berlína odejít.

### Návrat do Ruska

Po nástupu Kateřiny Veliké se situace v Rusku opět prudce zlepšila, proto Euler přijal v roce 1766 nabídku k návratu na Petrohradskou akademii a strávil tam zbytek života.

### 1.3 Zhoršení zraku

Během kariéry se Eulerovi zhoršil zrak. V roce 1735 oslepl téměř úplně na pravé oko. Později mu byl navíc nalezen v levém oku šedý zákal, což ho téměř zcela oslepilo. Jeho slepota neměla ale žádný vliv na jeho produktivitu. Díky svému písaři v roce 1775 produkoval Euler jeden matematický list týdně. Dne 18. září 1783 Euler zemřel v Petrohradu (viz též Sekce 1.2) na mozkovou mrtvici.

## 2 Některé matematické objekty pojmenované po Leonhardu Eulerovi

**Eulerova cihla** Eulerova cihla je v matematice kvádr, jehož hrany i stěnové uhlopříčky mají celočíselnou délku. Tj. je řešením následující soustavy *diofantických* rovnic:

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= d^2 \\a^2 + c^2 &= e^2 \\b^2 + c^2 &= f^2\end{aligned}$$

Nejmenší Eulerova cihla, nalezena Paulem Halckem v roce 1719, má délky hran 240, 117 a 44.

**Eulerovo číslo** Eulerovo číslo (obvykle je značeno písmenem  $e$ ) je jedna ze základních matematických konstant. Jeho přibližná hodnota je

$$e \approx 2,7182818284\dots$$

Eulerovo číslo má několik alternativních ekvivalentních definic. Nejčastější jsou:

1. Jako limita následující posloupnosti:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

2. Jako součet následující nekonečné řady:  $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ .

3. Jako jediné číslo  $x > 0$ , pro které platí, že  $\int_1^x \frac{dt}{t} = 1$ .

**Eulerova funkce** Eulerova funkce  $\varphi(n)$  je počet všech  $k \in \mathbb{N}$  takových, že  $1 \leq k \leq n$  a  $\text{NSD}(k, n) = 1$ , tedy  $k$  a  $n$  jsou *nesoudělná* čísla. Ihned z definice jsou patrné následující vlastnosti:

- $\varphi(1) = 1$ ,
- $\varphi(p) = p - 1$  pro  $p$  prvočíslo,
- $\varphi(p^m) = (p - 1) \cdot p^{m-1}$  pro  $p$  prvočíslo a exponent  $m \in \mathbb{N}$ .

**Eulerův vzorec** Eulerův vzorec určuje vztah mezi goniometrickými funkcemi a exponenciální funkcí:

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi. \quad (1)$$

**Eulerova rovnost** Eulerova rovnost (také Eulerova identita) je základní vzorec komplexní analýzy. Svým jednoduchým a elegantním vyjádřením  $e^{i\pi} + 1 = 0$  a fundamentálním významem připomíná Einsteinovu rovnici. Eulerova rovnost je přímým důsledkem Eulerova vzorce (1).

**Eulerovy rovnice (dynamika tekutin)** Po Eulerovi je též pojmenována soustava parciálních diferenciálních rovnic

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{g}, \quad (3)$$

popisující proudění nestlačitelné, neviskózní tekutiny. Zde  $\mathbf{v}$  je rychlostní pole,  $p$  tlak,  $\rho$  hustota a  $\mathbf{g}$  značí vektor gravitačního zrychlení. Rovnice (2) se někdy nazývá rovnicí kontinuity, rovnice (3) je bilance hybnosti a lze odvodit například minimalizací akce.

**Eulerův rotační teorém [1, s. 202]**

**Věta 1** (Eulera). *Quomodocunque sphaera circa centrum suum conuertatur, semper assignari potest diameter, cuius directio in situ translato conueniat cum situ initiali.*

*Důkaz.* Důkaz se opírá o ekvivalenci ortogonálních matic s následující maticí nebo její vertikální reflexí

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi.$$

Celý důkaz a diskuzi k Eulerově větě je možno nalézt v anglickém překladu [2].  $\square$

**Vtip** (Přihlouplý). *Sedí ČVUŤák nad konzervou, zběsile píše a hudruje si pod fousy. „Co to děláš?“ ptá se ho spolubydlící. „Ále, jen chci vyřešit příklad z téhle etikety.“ „Příklad na etiketě?“ podiví se spolubydlící. „Co tam píšou?“ „EXP 2024.“*

## Použité značení

značka	význam
$e$	Eulerovo číslo
$\varphi$	Eulerova funkce
$p$	prvočíslo
$i$	komplexní jednotka

Tabulka 1: Seznam použitého značení.

## Reference

- [1] Leonhard Euler. Formulae generales pro translatione quacunque corporum rigidorum. *Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae*, 20:189–207, 1775.
- [2] Bob Palais, Richard Palais, and Stephen Rodi. A disorienting look at Euler’s theorem on the axis of a rotation. *Amer. Math. Monthly*, 116(10):892–909, 2009.