



Obrázek 1: Vlevo: Leonhard Euler. Vpravo: Desetifranková bankovka.

Leonhard Paul Euler (15. dubna 1707 Basilej, Švýcarsko – 18. září 1783 Petrohrad, Rusko) je považován za nejlepšího matematika 18. století a za jednoho z nejlepších matematiků vůbec. Provedl mnoho objevů na poli diferenciálního počtu a teorie grafů. Eulerův portrét se objevil na desetifranku šesté série švýcarské bankovky, viz Obrázek 1.

1 Životopis

1.1 Mládí

Euler se narodil v roce 1707 ve švýcarské Basileji. Mladého Eulerova významně ovlivnil přítel jeho otce, Johann Bernoulli, který byl považován za předního evropského matematika. V roce 1720 vstoupil Euler na Basilejskou univerzitu. V roce 1726 složil Euler doktorské zkoušky prací na téma rychlosti zvuku.

1.2 Vědecká kariéra

Petrohrad

V té době pracovali dva Bernoulliho synové, Daniel a Nicolas, na ruské akademii věd v Petrohradě. Daniel doporučil Eulerova na post fyziologa. Poté, co v roce 1727 Euler přijel do Petrohradu, byl povýšen ze svého nižšího postu na lékařské katedře na akademii do vyšší pozice na katedře matematiky.

Berlín

Znepokojen pokračujícími nepokoji v Rusku, opustil Euler v roce 1741 Petrohrad. Dostal místo na berlínské akademii, které mu bylo nabídnuto Fridrichem II. Velikým. V Berlíně strávil 25 let a napsal zde přes 380 prací.

Nakonec však byl Euler navzdory svým velkým zásluhám o prestiž akademie nucen z Berlína odejít.

Návrat do Ruska

Po nástupu Kateřiny Veliké se situace v Rusku opět prudce zlepšila, proto Euler přijal v roce 1766 nabídku k návratu na Petrohradskou akademii a strávil tam zbytek života.

1.3 Zhoršení zraku

Během kariéry se Eulerovi zhoršil zrak. V roce 1735 oslepl téměř úplně na pravé oko. Později mu byl navíc nalezen v levém oku šedý zákal, což ho téměř zcela oslepilo. Jeho slepota neměla ale žádný vliv na jeho produktivitu. Díky svému písaři v roce 1775 produkoval Euler jeden matematický list týdně. Dne 18. září 1783 Euler zemřel v Petrohradu (viz též Sekce 1.2) na mozkovou mrtvici.

2 Některé matematické objekty pojmenované po Leonhardu Eulerovi

Eulerova cihla Eulerova cihla je v matematice kvádr, jehož hrany i stěnové uhlopříčky mají celočíselnou délku. Tj. je řešením následující soustavy *diofantických* rovnic:

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= d^2 \\a^2 + c^2 &= e^2 \\b^2 + c^2 &= f^2\end{aligned}$$

Nejmenší Eulerova cihla, nalezena Paulem Halckem v roce 1719, má délky hran 240, 117 a 44.

Eulerovo číslo Eulerovo číslo (obvykle je značeno písmenem e) je jedna ze základních matematických konstant. Jeho přibližná hodnota je

$$e \approx 2,7182818284\dots$$

Eulerovo číslo má několik alternativních ekvivalentních definic. Nejčastější jsou:

1. Jako limita následující posloupnosti:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

2. Jako součet následující nekonečné řady: $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$.

3. Jako jediné číslo $x > 0$, pro které platí, že $\int_1^x \frac{dt}{t} = 1$.

Eulerova funkce Eulerova funkce $\varphi(n)$ je počet všech $k \in N$ takových, že $1 \leq k \leq n$ a $\text{NSD}(k, n) = 1$, tedy k a n jsou *nesoudělná* čísla. Ihned z definice jsou patrné následující vlastnosti:

- $\varphi(1) = 1$,
- $\varphi(p) = p - 1$ pro p prvočíslo,
- $\varphi(p^m) = (p - 1) \cdot p^{m-1}$ pro p prvočíslo a exponent $m \in N$.

Eulerův vzorec Eulerův vzorec určuje vztah mezi goniometrickými funkcemi a exponenciální funkcí:

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi. \quad (1)$$

Eulerova rovnost Eulerova rovnost (také Eulerova identita) je základní vzorec komplexní analýzy. Svým jednoduchým a elegantním vyjádřením $e^{i\pi} + 1 = 0$ a fundamentálním významem připomíná Einsteinovu rovnici. Eulerova rovnost je přímým důsledkem Eulerova vzorce (1).

Eulerovy rovnice (dynamika tekutin) Po Eulerovi je též pojmenována soustava parciálních diferenciálních rovnic

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{g}, \quad (3)$$

popisující proudění nestlačitelné, neviskózní tekutiny. Zde \mathbf{v} je rychlostní pole, p tlak, ρ hustota a \mathbf{g} značí vektor gravitačního zrychlení. Rovnice (2) se někdy nazývá rovnicí kontinuity, rovnice (3) je bilance hybnosti a lze odvodit například minimalizací akce.

Eulerův rotační teorém

Věta 1 (Eulera). *Quomodocunque sphaera circa centrum suum conuertatur, semper assignari potest diameter, cuius directio in situ translato conueniat cum situ initiali.*

Důkaz. Důkaz se opírá o ekvivalenci ortogonálních matic s následující maticí nebo její vertikální reflexí

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi.$$

□

Vtip (Přihlouplý). *Sedí ČVUŤák nad konzervou, zběsile píše a hudruje si pod fousy. „Co to děláš?“ ptá se ho spolubydlící. „Ále, jen chci vyřešit příklad z týhle etikety.“ „Příklad na etiketě?“ podiví se spolubydlící. „Co tam píšou?“ „EXP 2024.“*